



**Instrucciones:** El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

**PROPUESTA A**

---

**1A.** a) Determina el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ , para que la función  $f(x) = (x - a)e^x$  tenga un mínimo relativo en  $x = 0$ . Razona que, de hecho, es un mínimo absoluto. (1,25 puntos)

b) Para el valor de  $a$  obtenido, calcula los puntos de inflexión de la función  $f(x)$ . (1,25 puntos)

**2A.** Calcula la integral  $\int \frac{x^2 - 3x + 1}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4} dx$ . (2,5 puntos)

**3A.** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & k \\ 1 & 4 & k \\ 0 & 5k & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  y  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  se pide:

a) Calcula en función del parámetro  $k \in \mathbb{R}$  el rango de la matriz  $A$ . (1 punto)

b) ¿Existe algún valor de  $k \in \mathbb{R}$  para el cual el sistema  $A \cdot X = O$  sea incompatible? (0,75 puntos)

c) ¿Para qué valores de  $k \in \mathbb{R}$  el sistema  $A \cdot X = O$  es compatible indeterminado? (0,75 puntos)

**4A.** Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x - y = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , se pide:

a) Determina su posición relativa. (1,25 puntos)

b) Halla el ángulo que forman sus vectores de dirección. (1,25 puntos)

---

(sigue a la vuelta)

**PROPUESTA B**

---

**1B.** a) Enuncia el teorema de Bolzano y el teorema de Rolle. (1 punto)

b) Demuestra que la ecuación  $e^x + x^7 = 0$  tiene al menos una solución real. (0,75 puntos)

c) Demuestra que, de hecho, dicha solución es única. (0,75 puntos)

**2B.** Sean las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = a$ , con  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ . Calcula el valor del parámetro  $a$  para que el área encerrada entre las gráficas de las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  sea  $\frac{32}{3}$ . (2,5 puntos)

**3B.** a) Clasifica, en función del parámetro  $m \in \mathbb{R}$ , el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - 3y = -1 \\ x + 2y + mz = m + 3 \end{cases}$$

(1,5 puntos)

b) Resuélvelo, si es posible, para  $m = 7$ . (1 punto)

**4B.** Consideremos el plano  $\pi \equiv x - ky = 0$ , y la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

a) Halla el valor del parámetro  $k \in \mathbb{R}$  para que el plano  $\pi$  y la recta  $r$  sean paralelos. (1,5 puntos)

b) Para el valor de  $k$  obtenido, calcula la distancia desde la recta  $r$  al plano  $\pi$ . (1 punto)

---