Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado (2014)
Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *Dadas las matrices:* $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcula la matriz $M = (2 \cdot I + A)^2$*, donde* I *es la matriz identidad de orden 3. (0.75 ptos)*

b) Calcula, si es posible, la matriz X *tal que* $X \cdot B = I$*, donde* I *es la matriz identidad de orden 2. (0.75 ptos)*

2. *Una empresa de seguros tiene tres sucursales, una en Toledo, otra en Albacete y la tercera en Cuenca. En total entre las tres sucursales vendieron 45 pólizas de seguro del hogar en el último mes. El número de pólizas vendidas en la sucursal de Cuenca es la media aritmética de las vendidas en Toledo y Albacete. Y el número de pólizas vendidas en Toledo es el doble de la cantidad que resulta al restar las vendidas en Albacete menos las vendidas en Cuenca.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número de pólizas de seguro del hogar que se han vendido en cada sucursal. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} |x-t| & si\ x \leq 0 \\ x^2 - 2x & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t *la función* $f(x)$ *es continua en x = 0? (0.5 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ *en el intervalo* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ *en* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

4. *Calcula los valores de los parámetros a, b y c para que la función* $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ *pase por el pto (0 , 0), tenga un mínimo relativo en el pto de abscisa x=1 y el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva y=f(x) en x=2 sea igual a 24. (1.5 ptos)*

5. *En una población, el 40 % de los habitantes ven habitualmente la televisión, el 10 % leen habitualmente y el 1 % ven la televisión y leen habitualmente*

a) Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que vea la televisión o lea habitualmente o ambas cosas? (0.75 ptos)

b) Si elegimos un habitante al azar y ve la televisión habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que lea habitualmente? (0.75 ptos)

6. *Una empresa produce dispositivos electrónicos con pantalla HD, la resolución de estas pantallas sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* σ *=20 píxeles. Se tomó una muestra aleatoria de 100 dispositivos electrónicos y mediante un estudio estadístico se obtuvo el intervalo de confianza (1076.08 , 1083.92) para la resolución media de las pantallas elegidas al azar.*

a) Calcula el valor de la resolución media de las pantallas de los 100 dispositivos electrónicos elegidos para la muestra. (0.25 ptos)

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo. (0.75 ptos)

c) ¿Cómo podríamos aumentar o disminuir la amplitud del intervalo? Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea μ *= 1076.08 píxeles con un nivel de confianza del 90 %? Razona tus respuestas. (1 pto)*

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Propuesta B

1. *Considera el siguiente problema de programación lineal:*

Minimiza la función $z = -2x - 3y$ *sujeta a las siguientes restricciones:*

$$\begin{array}{lcl} -x+3y & \leq & 5 \\ 2x+y & \leq & 4 \\ x \geq 0 & & \\ y \geq 0 & & \end{array}$$

a) Dibuja la región factible. (1 pto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 ptos)

c) Indica la solución óptima del problema dado y su valor. (0.25 ptos)

2. *Una empresa gasta un total de 1250 euros para que sus 10 empleados realicen un curso de formación. Establece tres cuantías según los niveles de formación: grado 1, grado 2 y grado 3. La empresa concede 80 euros a cada empleado que realice el de grado 1, 150 euros a cada empleado del grado 2 y 200 euros a cada empleado del grado 3. La cantidad total que la empresa gasta en el curso de formación de grado 1 es igual a la que invierte en el curso de formación de grado 3.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos empleados van a realizar el curso de formación de grado 1, cuántos el de grado 2 y cuántos el de grado 3. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} |x| - t & si\ x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 8 & si\ x > 2 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en $x = 2$. (0.5 ptos)

b) Para $t = 1$, representa gráficamente la función f. (1 pto)

4. *En una ciudad, el registro durante cinco horas de la humedad relativa del aire, medida en %, se ajusta a la función* $f(t) = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 75$*, $0<t<5$,siendo t el tiempo medido en horas.*

a) ¿A qué hora se registró la máxima cantidad de humedad relativa del aire y cuál fue dicha cantidad? (0.75 ptos)

b) ¿A qué hora se registró la mínima cantidad de humedad relativa del aire y cuál fue dicha cantidad? (0.75 ptos)

5. *En una empresa hay tres robots A, B y C dedicados a soldar productos. El 15 % de los productos son soldados por el robot A, el 20 % por el B y el 65 % por el C. Se sabe que la probabilidad de que un producto tenga un defecto de soldadura es de 0.02 si ha sido soldado por el robot A, 0.03 por el robot B y 0.01 por el robot C.*

a) Elegido un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga un defecto de soldadura?(0.75 ptos)

b) Se escoge al azar un producto y resulta tener un defecto de soldadura, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido soldado por el robot A? (0.75 ptos)

6. *En un aeropuerto, el tiempo de espera de un viajero frente a la cinta transportadora hasta que sale su maleta sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ=3 minutos. Se tomó una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se observó que el tiempo medio de espera era de 17 minutos.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea μ = 16 con un nivel de confianza del 95 %? ¿Cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza sin variar el nivel de confianza? Razona tus respuestas. (1 pto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

A1. Solución:

a) $(2 \cdot I + A) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Cálculo de $(2 \cdot I + A)$ (0.25 puntos)

$(2 \cdot I + A)^2 = (2 \cdot I + A) \cdot (2 \cdot I + A) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 37 \end{pmatrix}$

Todo correcto (0.75 puntos)

b) 0.25 puntos procedimiento. 0.5 puntos por la resolución correcta de la inversa de la matriz.

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

A2. Solución

a) x= número de seguros del hogar vendidos en la sucursal de Toledo

y=número de seguros del hogar vendidos en la sucursal de Albacete

z= número de seguros del hogar vendidos en la sucursal de Cuenca

$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ z = \frac{x+y}{2} \\ x = 2(y - z) \end{cases}$$

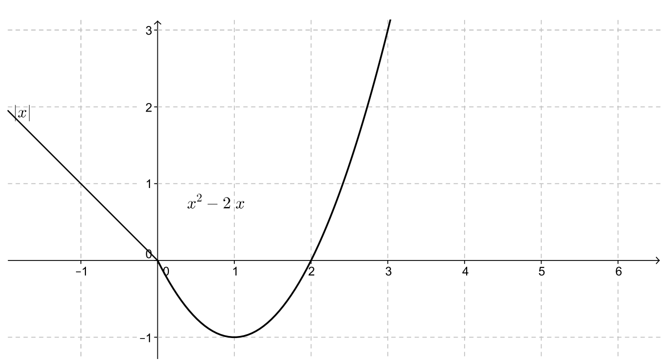
Por cada ecuación bien planteada. 0.5 puntos

b)

$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10\, seguros\ del\ hogar\ se\ vendieron\ en\ Toledo \\ y = 20\ seguros\ del\ hogar\ se\ vendieron\ en\ Albacete \\ z = 15\, seguros\ del\ hogar\ se\ vendieron\ en\, Cuenca \end{cases}$$

Por tener bien resuelto el sistema. 0.5 puntos

A3. Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos)

Cálculo correcto del valor, t=0 (0.25 puntos)

b) Saber condiciones de extremo (0.25 puntos) Tiene un mínimo en (1,-1) (0.25 puntos)

c) En (0,1) es decreciente y en $(1,+\infty)$ es creciente. (0.5 puntos)

A.4 Solución:

$f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ (0.25 puntos)

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

(1,-1) es un mínimo relativo$\Rightarrow$ $f'(1) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 0$ (0.25 puntos)

$f'(x = 2) = 24 \Rightarrow 32a + 4b = 24 \Leftrightarrow 8a + b = 6$ (0.5 puntos)

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \\ 8a + b = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$f(x) = x^4 - 2x^2$ (0.5 puntos)

A.5 Solución:

a) TV= ver la televisión habitualmente; L=leer habitualmente;

P(TV)=0.4; P(L)=0.1; $P(TV \cap L)$=0.01;

Plantear probabilidades (0.25 ptos)

$P(TV \cup L) = P(TV) + P(L) - P(TV \cap L)$=0.4+0.1-0.01=0.49. (0.5 ptos)

b)

$P(L/TV) = P(L \cap TV)/P(TV)$=0.01/0.4=0.025 (0.75 ptos)

A.6 Solución:

a) El intervalo de confianza es simétrico respecto de la media muestral. Por tanto la media muestral es:

$\bar{x} = \frac{1076{,}08+1083{,}92}{2} = 1080\ píxeles$ (0.25 puntos)

b) $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(1080 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{20}{\sqrt{100}},\ 1080 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{20}{\sqrt{100}}\right)$

$= \left(1080 - 2z_{\frac{\alpha}{2}},\ 1080 + 2z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = (1076{,}08\ ,\ 1083{,}92)$

$1080 - 2z_{\frac{\alpha}{2}} = 1076{,}08 \quad (0{,}25\ puntos) \Rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96\ (0{,}25\ puntos) \Rightarrow$ El nivel de confianza es del 95 % (0.25puntos)

c)

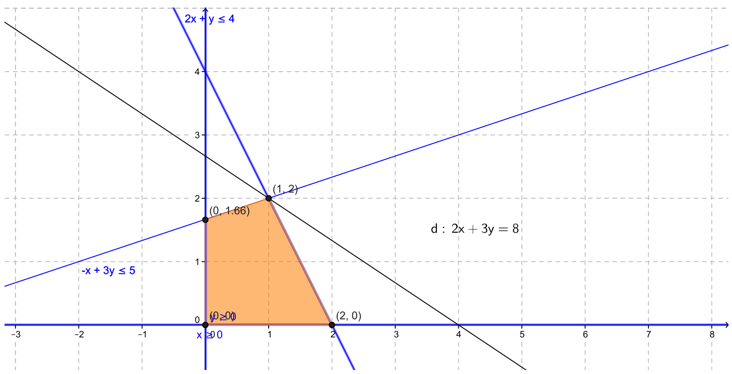
Dejando el mismo nivel de confianza, si aumentamos el tamaño de la muestra, entonces disminuye la amplitud del intervalo. (0.25 puntos).

Si dejamos el mismo tamaño de la muestra, si disminuimos el nivel de confianza disminuye la amplitud del intervalo. (0.25 puntos).

Por este último motivo 1076.08 no estaría dentro del intervalo al 90 % luego no se podría admitir (0.5 puntos).

B1. Solución:

a)



Por cada inecuación bien dibujada 0.25

Todo correcto 1 pto.

b) Vértices (0,0),(0,5/3)(1,2)(2,0). 0.25 puntos

c) Solución óptima (1,2) Valor -8. 0.25 puntos

B2. Solución:

a)

x= nº de empleados que van a realizar el curso de formación de grado 1

y= nº de empleados que van a realizar el curso de formación de grado 2

z= nº de empleados que van a realizar el curso de formación de grado 3

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 80x+150y+200z=1250 \\ 80x=200z \end{cases}$$

Por cada ecuación bien planteada. 0.5 puntos

b)

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 8x+15y+20z=125 \\ 2x-5z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+z=10 \\ 7x \quad -5z=25 \\ 2x \quad -5z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+z=10 \\ 7x-5z=25 \\ x=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \; empleados\, realizarán\; el\, curso\; de\; formación\; de\; grado\; 1 \\ y=3 \; empleados\, realizarán\, el\, curso\, de\; formación\; de\, grado\, 2 \\ z=2 \;\; empleados\; realizarán\; el\; curso\, de\; formación\; de\; grado\, 3 \end{cases}$$

Por tener bien resuelto el sistema. 0.5 puntos

B.3 Solución:

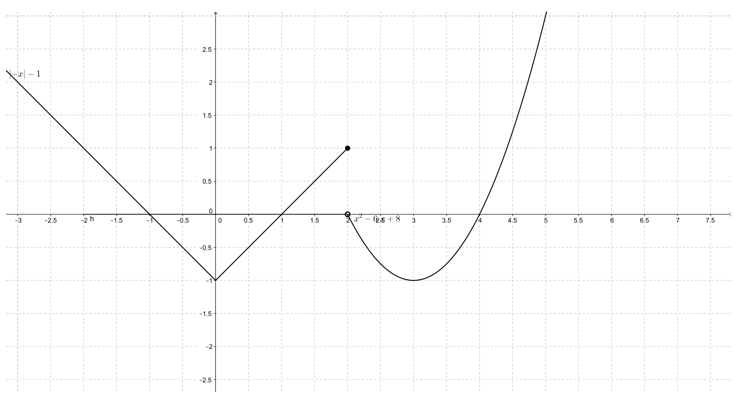
a)

Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos)

Cálculo correcto del valor, t=2 (0.25 puntos)

b)



0.5 ptos por cada trozo bien dibujado

B4. Solución:

$f'(t) = 6t^2 - 30t + 24$ $\quad$ (0,25 $puntos$)

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1,\ \ t = 4$ $\quad$ (0,25 $puntos$)

$f''(t) = 12t - 30$

$f''(t = 1) = -18 < 0 \ \Rightarrow (1\ ,\ f(1) = 86)$ es un máximo de la función t=1, en la primera hora se registró la mayor humedad relativa del aire y ascendió al 86 % (0.5 puntos)

$f''(t = 4) = 18 > 0 \Rightarrow\ (4,\ f(4) = 59)$ es un mínimo de la función t=4, en la cuarta hora se registró la menor humedad relativa del aire y ascendió al 59 % (0.5 puntos)

B5. Solución:

A= Robot A; B=Robot B; C=Robot C; D=defecto;ND= No defecto

P(A)=0.15 ; P(B)=0.2 ; P(C)=0.65; P(D/A)=0.02; P(D/B)=0.03 ;P(D/C)=0.01

a) $P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) = P(A) * P(D/A) + P(B) * P(D/B) + P(C) * P(D/C)$= =0.15*0.02+0.2*0.03+0.65*0.01=0.0155 (0.75 puntos)

b) $P(A/D) = P(A \cap D)/P(D) = (P(D/A) * P(A))/P(D)$=(0.02*0.15)/(0.0155)=0.1935484. (0.75 puntos)

B6. Solución:

a)

Del enunciado se deduce: $\bar{x} =\ 17\ \text{mín}\,utos \qquad n = 50\ \sigma\ =\ 3\ \text{mín}\,utos$

$1 - \alpha\ = 0{,}95\ \ Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x}\ -\ Z_{\frac{\alpha}{2}}\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad \bar{x}\ +\ Z_{\frac{\alpha}{2}}\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (17 - 1,96$\frac{3}{\sqrt{50}}$, $\quad$ 17 + 1,96 $\frac{3}{\sqrt{50}}$) =(16,168 $\quad$, $\quad$ 17,832) (0.5 puntos)

b)

No ya que 16 $\notin$ (16,168 , $\quad$ 17,832) (0.5 puntos)

Aumentando el tamaño de la muestra (0.5 puntos)