Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2021
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El examen está compuesto de 3 secciones de dos bloques cada una. A su vez cada bloque tiene dos ejercicios. El alumno deberá elegir un bloque de cada una de las tres secciones. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. *En el siguiente problema de programación lineal maximiza la función $f(x, y) = 12x - 2y$ sujeta a las siguientes restricciones:*

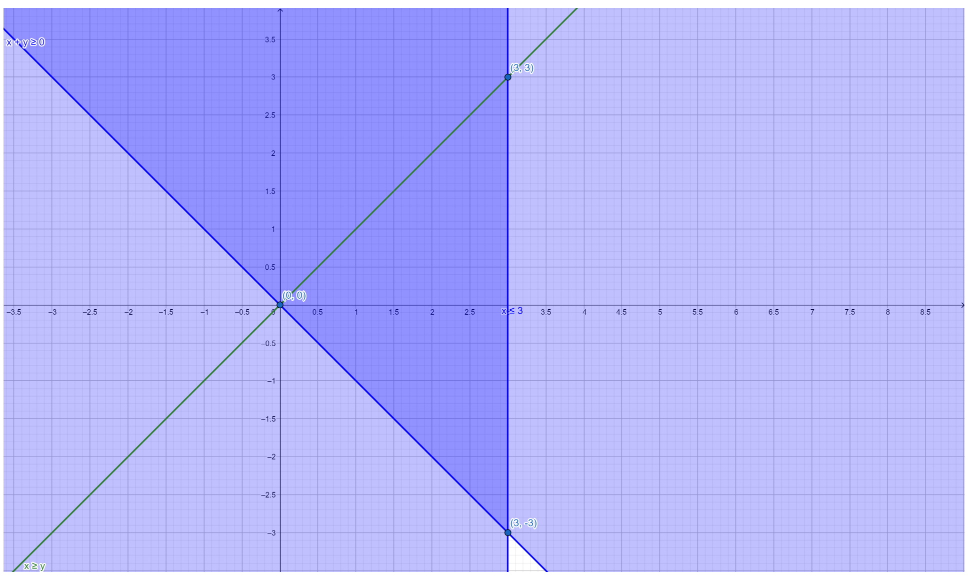
$x \geq y$
$x + y \geq 0$
$x \leq 3$

a) Dibuja la región factible. (1 punto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 puntos)

c) Indica el máximo del problema dado y su valor. (0.25 puntos)

Solución:



a) 0.25 por cada inecuación bien representada. Toda la región factible un punto.

b) La solución es un recinto con vértices (3, 3), (3, -3) y (0, 0). (0.25 puntos)

c) Los valores de la función objetivo en cada uno de los vértices: f(0,0)=0, f(3, 3)=30 y f(3,-3)=42 por lo tanto el máximo está en el punto(3, -3) con valor 42 unidades. (0.25 puntos)

2. *En un examen final de historia al que se presentan 120 alumnos se deja elegir entre 3 opciones (A, B o C). El número de alumnos que elige la opción A es el triple de número que resulta al sumar las opciones B y C. Hay el doble de alumnos que realizan la opción C que las que escogen B.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos alumnos eligen cada opción. (1 punto)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

Solución:

a) Sea $x =$ número de alumnos que eligen la opción A, $y =$ número de alumnos que elige la opción B y

$z =$número de alumnos que eligen la opción C. (Cada ecuación bien planteada 0.25 puntos, todo correcto 1 punto)

Obtenemos el sistema:
$$\begin{aligned} x &= 3(y+z) \\ z &= 2y \\ x+y+z &= 120 \end{aligned}$$

b) Con solución: $(x, y, z) = (90, 10, 20)$ alumnos. (0.25 puntos por desarrollo y 0.25 puntos por solución correcta)

Bloque 2

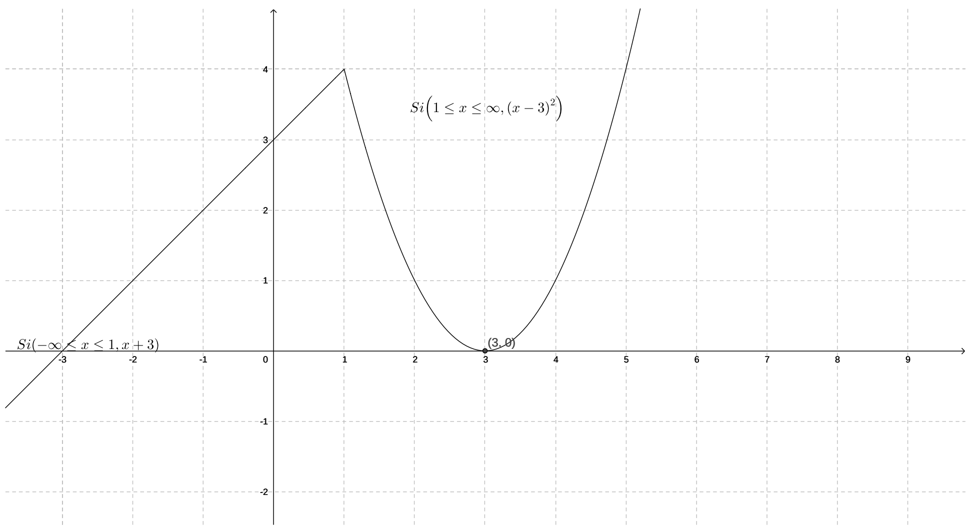
1. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x+3+t & si\ x \leq 1 \\ (x-3)^2+t & si\ x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t *la función* $f(x)$ *es continua en* $x = 1$*? (0.5 puntos)*

b) Para $t = 0$*, calcula los extremos relativos de la función* $f(x)$ *en el intervalo* $(1, +\infty)$*. (0.5 puntos)*

c) Para $t = 0$*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función* $f(x)$ *en* $(1, +\infty)$*. (0.5 puntos)*

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones. (0.25 puntos) Cálculo correcto del valor, cualquier valor de R. (0.25 puntos)

b) Saber condiciones de extremo. (0.25 puntos) Tiene un mínimo en (3,0) (0.25 puntos)

c) En (1,3) decreciente y en (3,+∞) creciente (0.5 puntos)

2. *La función* $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ *tiene un punto de inflexión en* $(-1, 6)$ *y en el punto de abscisa* $x = -2$ *la pendiente de la recta tangente es* -4*. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros* a, b *y* c*. (1.5 puntos)*

Solución:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx \to f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \to f''(x) = 6ax + 2b$

$\begin{matrix} f'(-2) = -4 & & 12a - 4b + c = -4 \\ f(-1) = 6 & \to & -a + b - c = 6 \\ f''(-1) = 0 & & -6a + 2b = 0 \end{matrix} \to$ a=1, b=3, c=-4 $\to f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$ (0.25 puntos por cada condición, 0.75 por la solución correcta)

Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. *En un municipio el 5 % de las personas está en un ERE. De las personas que están en un ERE, el 40 % pertenece al sector turístico. Del resto de las personas del municipio, se sabe que el 10 % de ellos pertenece al sector turístico.*

a) Calcula la probabilidad de que elegida una persona al azar del municipio trabaje en el sector turístico. (0.75 puntos)

b) Sabiendo que una persona pertenece al sector turístico, ¿cuál es la probabilidad de que esté en un ERE? (0.75 puntos)

Solución:

a) P(E)=0.05; P(T/E)=0.4; P(T/no E)=0.1. Plantear probabilidades

P(T)=P(T/E)*P(E)+P(T/No T)*P(No T)=0.4*0.05+0.1*0.95=0.115 (0.75 puntos)

b) P(E/T)=P(E y T)/P(T)=P(T/E)*P(E)/P(T)=(0.4*0.05)/(0.115)=0.1739 (0.75 puntos)

4. *El tiempo de uso de móvil por día de los alumnos de un instituto sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ=20 minutos. Se eligió una muestra aleatoria de 36 alumnos y se observó que la media de tiempo usando el móvil para esa muestra era de 2 horas.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de uso de móvil por día con un nivel de confianza del 95 %. (0.75 puntos)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea μ = 1.3 horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas. (0.5 puntos)

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94.64 %? (0.75 puntos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} =$ 2 horas, $n = 36$ $\sigma = 20$ minutos; 1- α=0.95 y $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= ($2 - 1,96\frac{1/3}{\sqrt{36}}$, $2 + 1,96 \frac{1/3}{\sqrt{36}}$) =(1,8911 , 2,10888) (0.25 puntos)

b) No ya que 1,3 $\notin$(1.89111,2.1088). (0.25 puntos)

Al aumentar el nivel de confianza aumentaría la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza disminuiría la amplitud del intervalo de confianza. También con el mismo nivel de confianza si aumentamos el tamaño de la muestra, disminuye la amplitud del intervalo (0.25 puntos)

c) $1 - \alpha$ =0.9464, α=0.0536, $\leftarrow \alpha/2$ =0.0268, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.93 (0.25 puntos)

Error máximo admisible=E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$=1.93 $\frac{1/3}{\sqrt{100}}$ =0.06433 (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Bloque 2

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} -(x-t)^2 & si\ x < 0 \\ -2 & si\ x = 0 \\ x^2 - 2 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = 0. (0.5 puntos)

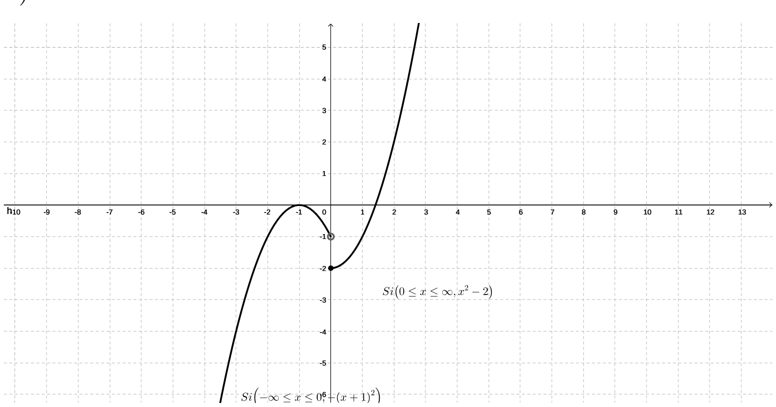
b) Para t = -1, representa gráficamente la función $f(x)$. (1 punto)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos) Cálculo correcto del valor, $t = \pm\sqrt{2}$. (0.25 puntos)

b)



0.5 puntos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 punto.

4. *Se localiza un compuesto nocivo en un río obteniéndose que su proporción durante cinco días consecutivos de análisis de muestras sigue la función:* $N(x) = \frac{1}{100}(-4x^4 + 128x^2 + 54)$ *con* $x =$ *días y* $(1 \leq x \leq 5)$.

a) ¿Cuál es la proporción el tercer día ? (0.25 puntos)

b) Determina que día se obtiene el máximo y que día se obtiene el mínimo. (1 punto)

c) ¿A qué valor ascienden ambos? (0.75 puntos)

Solución:

a) $N(3) = (-4 * 3^4 + 128 * 32 + 54)\frac{1}{100}$ =8.82. La proporción es de 8.82 %. (0.25 puntos)

b) $N^{'}(x) = \frac{1}{100}(-16x^3 + 256x) \rightarrow N'(t) = 0$ para $x = -4$,$x = 0$ y $x = 4$

$N''(t) = \frac{1}{100}(-48x^2 + 256), N''(4) = \frac{1}{100}(-48 * 4^2 + 256) = -5{,}12 < 0$ máximo.

Los otros dos valores no pertenecen al dominio de la función, obtenemos un máximo durante el cuarto día, con $N(4)$=10.78.

Miramos en los extremos del intervalo $N(1) = \frac{1}{100}(-4*1^4+128*1^2+54)$ =1.78 y $N(5) = \frac{1}{100}(-4*5^4+128*52+54)$ =7.54.

Por tanto, máximo el día 4 y mínimo el primer día (0.5 puntos por cada uno)

c) $N(4)$ =10.78 y $N(1)$=1.78. Proporción máxima de 10,78 % y un mínimo de 1,78 % (0.25 puntos cada valor, los dos correctos 0.75 puntos)

Sección 3 (3.5 puntos) Bloque 1

5. *En una clase de un ciclo formativo de formación profesional hay 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.*

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas). (0.75 puntos)

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Toledo? (0.75 puntos)

Solución:

a) P(AB)=14/27; P(C)=5/27; P(T)=8/27

P(No AB y No AB)=P(No AB)*P(No AB)=13/27*13/27= 0.23182 (0.75 puntos)

b) P(5 T)=P(1 T)*P(2T/1T)*P(3T/1T y 2T)*P(4T/1T y 2T y 3T)*P(5T/1T y 2T y 3T y 4T)=

=8/27*7/26*6/25*5/24*4/23=0.000693 (0.75 puntos)

6. *Se ha tomado una muestra aleatoria del contenido en gramos de azúcar de 10 latas de refresco de cola y ha resultado ser: 70, 75, 85, 100, 60, 80, 120, 95, 65 y 90. Suponiendo que el contenido en azúcar en gramos de una lata de refresco de cola se distribuye según una ley normal de desviación típica* $\sigma = 10$ *gramos, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza del 97 % para el contenido medio de azúcar en una lata de refresco de cola. (1 punto)

b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza. (0.5 puntos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ *del contenido en gramos de azúcar es de 90 gramos con una probabilidad del 98.5 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)*

Solución:

a) La media muestral es: $\bar{x} = \frac{60+80+120+95+65+70+85+100+90}{10} =$ 84 gramos (0.25 puntos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$, $\sigma = 10$ gramos, 1- α = 0,97 y $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.17 (0.25 puntos)

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)(0.25 puntos)

IC= (84 - $2{,}17\frac{10}{\sqrt{10}}$, 84 $+ 2{,}17 \frac{10}{\sqrt{10}}$) = (77.137857, 90.8621) (0.25 puntos)

b) Aumentar el tamaño de la muestra, ya que la amplitud depende de n (0.5 puntos)

c) Si el intervalo al 97 % es (77.137857, 90.8621) al 98.5 % será más ancho con lo que 90 sí pertenecerá al intervalo de confianza al 98.5 %. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Bloque 2

5. *Se realiza una encuesta a los habitantes de un pueblo (con respuestas SI, NO o NO SABE/NO CONTESTA) sobre la necesidad de construir otra piscina cubierta. Se pregunta a las 600 personas mayores de edad que viven en el pueblo y los que dicen NO son la mitad de los que NO SABE/NO CONTESTA. Por estudios paralelos de fiabilidad se sabe que el 30 % del total de los que contestan SI o NO, mienten, y el total de estos últimos son 135 personas:*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar qué cantidad de personas eligen cada respuesta. (1.5 puntos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

Solución:

a) Sea x = número de personas que responden SI, y = número de personas que responden NO y z = número de personas que responden NO SABE/NO CONTESTA. (cada ecuación bien planteada 0.5 puntos)

Obtenemos el sistema: $\begin{array}{c} x+y+z=600 \\ \frac{30}{100}(x+y)=135. \\ 2y=z \end{array}$

b) Con solución: $(x,y,z)=(375,75,150)$ personas. (0.25 puntos por desarrollo y 0.25 puntos por solución correcta)

6. *a) Dadas las matrices* $M=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ *y* $N=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ *comprueba que* $(M\cdot N)^{-1}=N^{-1}\cdot M^{-1}$. *(1 punto)*

b) Resuelve la ecuación $M\cdot X=N$ *(0.5 puntos)*

Solución:

a) $M\cdot N=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5 & 7\\ 2 & -3\end{pmatrix}\rightarrow (M\cdot N)^{-1}=\begin{pmatrix}-3 & -7\\ -2 & -5\end{pmatrix}$

$N^{-1}\cdot M^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & -7\\ -2 & -5\end{pmatrix}$

(0.5 puntos cada lado de la igualdad)

b) $MX=N\rightarrow X=M^{-1}\cdot N\rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -5\\ -3 & 4\end{pmatrix}$. (0.5 puntos)