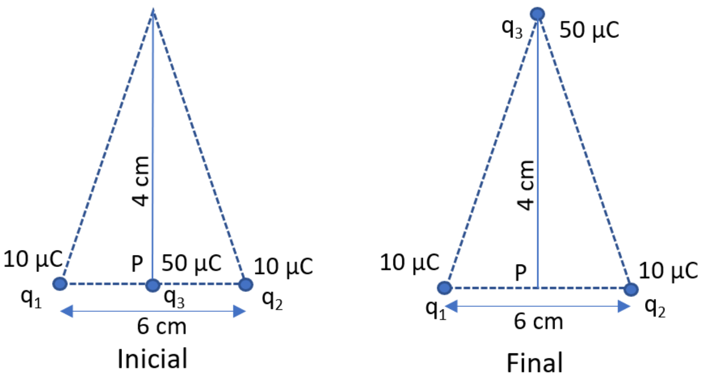
Solucionario del Examen ORDINARIO

El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso puede ser exigible a los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación. En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes. En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.

Sección 1: Problemas (elegir 2). Puntuación máxima 3 puntos cada uno.

1. Dos cargas positivas iguales q_1 y q_2 de valor 10 μC se sitúan en la base de un triángulo isósceles separadas una distancia a=6 cm. La altura del triángulo es 4 cm. En el punto medio de la base del triángulo (P) se sitúa una tercera carga q_3 de valor 50 μC. Cuando la soltamos se mueve y pasa por el vértice superior del triángulo. Teniendo en cuenta que $K=9\cdot10^9$ Nm^2C^{-2}



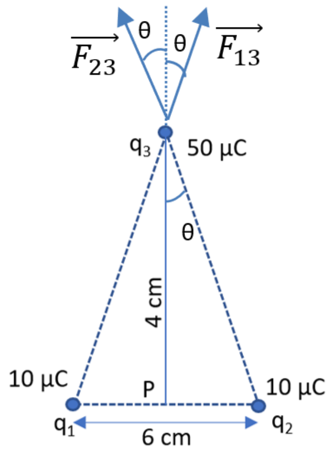
a. Determina la energía potencial de q_3 en su posición original y en el vértice superior.

b. Determina la fuerza sobre q_3 en la posición inicial y en la final, así como su módulo.

c. Si sale desde el reposo en P ¿Con qué velocidad pasará la carga por el vértice, si tiene una masa de 2.4 g?

Apartado (a)	Puntos
La energía potencial eléctrica de un par de cargas puntuales separadas una distancia r_{ij} viene dada por $Ep = K\frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}}$	0.25
En este caso la carga q_3 interacciona con q_1 y con q_2, y por el principio de superposición será $$E_{p3} = K\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$	0.25
En el punto inferior ambas distancias son 3 cm y sustituyendo resulta $E_p(q_3)$= **300 J**	0.25
En el punto superior las distancias son también iguales entre sí, y la sacamos con el teorema de Pitágoras: r_{13}= r_{23}=5.0 cm. Sustituimos los valores y obtenemos E_{p3}= **180 J**	0.25

Apartado (b)	Puntos
La fuerza electrostática entre un par de cargas puntuales separadas una distancia r_{ij} viene dada por la ley de Coulomb $\vec{F} = K\frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}^2}\vec{u}_{ij}$. Lo aplicamos a $\vec{F}_{13}$y $\vec{F}_{23}$ Todas las cargas son positivas así que se repelen. En el punto inferior los módulos son idénticos, la dirección igual y los sentidos opuestos de modo que la fuerza total es nula. **F_{inf}=0**	0.25
En el punto superior los módulos son también iguales pero las direcciones diferentes. La distancia entre las cargas 5 cm (como antes). El módulo de cada una es $9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-6}\cdot50\cdot10^{-6}}{0.05^2} = 1800\,N$ Por otro lado de los triángulos rectángulos se obtiene sen (θ)=3/5=0.6 y cos (θ)=4/5=0.8 así que descomponemos las fuerzas y sumamos $\vec{F}_{13}1800\,(sen(\theta), \cos(\theta))$ N; $\vec{F}_{23} = 1800\,(-sen(\theta), \cos(\theta))$ N	0.25

Valoramos un diagrama con las fuerzas que justifique los cálculos anteriores		0.25
$\vec{F}_{tot} = \mathbf{1800\,(0, 2\cos(\theta))} = (0, 2880)$ N; El módulo de esta fuerza resultante es 2880 N		0.25

Apartado (c)	Puntos
Al ser una interacción conservativa, la masa en su movimiento mantiene constante su energía mecánica $Ep_{ini} + Ec_{ini} = Ep_{fin} + Ec_{fin}$	0.25
E_{ini}= 300 + 0 (tomando las energías potenciales del apartado (a)) E_{fin}= 180 + $mv^2/2$	0.25 0.25
Despejamos v= 316.2 m/s	0.25

Nótese que aquí no puede utilizarse la cinemática del movimiento uniformemente acelerado ya que la fuerza, y con ella la aceleración, va variando durante el recorrido.

2. La Tierra tiene una masa de $5.98\cdot10^{24}$ kg, y La Luna $7.35\cdot10^{22}$ kg. La distancia entre los centros de ambos astros es $3.84\cdot10^{8}$ m
   a. ¿Qué energía potencial tiene la Luna debida a la Tierra? ¿Cuál es su periodo (en días)?
   b. Determina a qué distancia de la Tierra, en la línea que la une con la Luna, las fuerzas gravitatorias de ambos cuerpos se cancelan.
   c. Si en el punto de equilibrio anterior damos a un cuerpo de $3\cdot10^{4}$ kg una velocidad de 1 km/s, cuanto valdrá su energía mecánica total?

   Datos: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·Kg⁻²

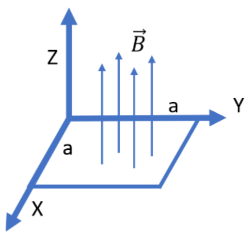
Apartado (a)	Puntos
La energía potencial gravitatoria es $E_p = -G\frac{m_T \cdot m_L}{d_{TL}}$ Sustituyendo los valores dados resulta E=$-7.63\cdot10^{28}\,J$	0.25 0.25
El periodo se puede obtener directamente de la 3ª ley de Kepler, si se conoce, o deduciendo la expresión igualando la fuerza gravitatoria a masa por aceleración (centrípeta), *No obstante, al no pedirse explícitamente en el enunciado, no es imprescindible hacer esta deducción.* $G\frac{m_T}{4\pi^2}T^2 = d^3$	0.25
→ Sustituimos y cambiamos unidades para obtener T=27.39 días (*si no se da en días no puntúa este 0.25*)	0.25

Apartado (b)	Puntos
El módulo de cada fuerza es, según la ley de gravitación universal $F_i = -G\frac{m_T \cdot m_L}{x_i^2}$	0.25
Las dos fuerzas son atractivas y por tanto al estar el punto considerado entre ambos astros las fuerzas tienen la misma dirección y sentidos opuestos. $F_{Tierra\text{-}masa} + F_{Luna\text{-}masa} = 0 \rightarrow \frac{m_T \cdot m}{d_{T-m}^2} - G\frac{m_L \cdot m}{d_{L-m}^2} = 0$	0.25
Llamamos x a la distancia a la Tierra, con lo que la distancia a la Luna es (d-x) $$\Sigma F = G\frac{m_T \cdot m}{x^2} - G\frac{m_L \cdot m}{(d-x)^2} = 0\ (equilibrio)$$ Operamos para obtener una ecuación de segundo grado en x $(m_T - m_L) \cdot x^2 - 2d \cdot m_T \cdot x + m_T \cdot d^2 = 0$	0.25
Resolviendo obtenemos 2 posibles soluciones: $x=3.45 \cdot 10^8$ m y $x=4.3 \cdot 10^8$ m. La segunda es mayor que la distancia Tierra-Luna, por tanto la solución con sentido físico es la primera **$x=3.45 \cdot 10^8$ m**	0.25

Apartado (c)	Puntos
Le energía potencial gravitatoria es $E_p = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{x}$	0.25
La energía potencial total es la suma de la debida a la interacción con la Tierra y la debida a la Luna $E_p = -G\frac{m_T \cdot m}{x} - G\frac{m_L \cdot m}{d-x}$ donde $m=3 \cdot 10^4$ kg	0.25
Por otro lado, la Energía mecánica es suma de potencial y cinética, siendo $E_c = mv^2/2$	0.25
Sumando ambas contribuciones y sustituyendo obtenemos la E total$=-3.47 \cdot 10^{10} - 3.77 \cdot 10^9 + 1.5 \cdot 10^{10}$ $E_{mec} = -2.35 \cdot 10^{10}$ J	0.25

3. Una espira cuadrada de lado a=2 m se sitúa en el plano XY, y se activa un campo magnético en la dirección Z positiva. Este campo es variable en el tiempo, y su módulo en Tesla se expresa como $B(t) = 0.04\ t^2$. Detectamos que aparece en la espira una corriente inducida de 200 mA cuando t=10 s

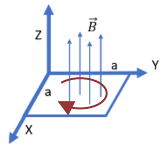
a. Determina razonadamente la resistencia de la espira e indica en un esquema el sentido que tendrá la corriente.

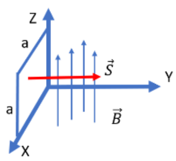
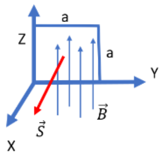


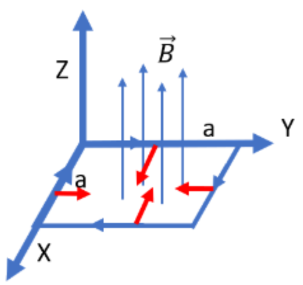
b. Razona cuánto valdría la corriente inducida en los siguientes casos:
   a) Se cambia la direccion del campo de modo que forme 60º con el eje Z
   b) La espira se coloca en el plano XZ
   c) La espira se coloca en el plano YZ

c. Volviendo al caso en que está colocada en XY y el campo a lo largo de Z, ocurre que como la corriente inducida circula en presencia del mencionado campo externo, sobre cada tramo de la espira aparecerá una fuerza. Calcúlala en t=3 s indicando modulo, dirección y sentido para cada tramo del cuadrado; y determina la fuerza total que sufrirá la espira.

Apartado (a)	Puntos
El flujo magnético viene dado por $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$, donde $S=a^2$, $\theta=0^o$ por tanto $\Phi=0.04 \cdot 2^2 \cdot t^2$ Al depender este flujo del tiempo se inducirá una corriente eléctrica en la espira $\varepsilon=-d\Phi/dt=-0.32 \cdot t$. En concreto en t=10 s será $\varepsilon=-3.2$ V (el signo lo interpretamos más adelante)	0.5

Usando la ley de Ohm I=V/R → R=V/I=3.2/0.2=**16 Ω**	0.25
Dado que el flujo aumenta con el tiempo, la corriente inducida se opone a esto circulando en sentido horario (visto desde arriba) 	0.25

Apartado (b)	Puntos
En el flujo aparece el ángulo que forma la perpendicular a la superficie del circuito con el campo magnético: $B \cdot S \cdot \cos\theta$ ya que se trata de un producto escalar	0.25
Si el campo magnético se gira para formar 60º con Z, el flujo y con él la corriente inducida se reducen en un factor cos (60)=0.5, así que valdrá la mitad. **I=100 mA**	0.25
  En los casos propuestos (tanto en XZ como en YZ) forman 90º y el flujo es nulo constantemente, independientemente del valor del campo . Si la espira se coloca en XZ el vector de superficie va en dir Y Si la espira se coloca en YZ el vector de superficie va en dir X En ambos casos el producto escalar con B (en dirección Z) es nulo	0.5

Apartado (c)	Puntos
La fem en t=3 será, según la formula ya indicada en (a), ε=0.32·t=0.96V y la corriente I = ε/R = 0.06 A= **60 mA**	0.25
La fuerza sobre un conductor rectilíneo en presencia de un B uniforme es $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$ Donde L lleva la dirección de la corriente antes indicada. Dado que L y B forman 90º el módulo de la fuerza sobre cada lado en t=3 s es F_i=I·a·B=0.06 · 2 · 0.04· 3^2=**0.0432 N**	0.25
 Las fuerzas sobre cada tramo de la espira se obtienen a partir de la regla de la mano derecha aplicada a L y B. Se marcan en rojo en el esquema.	0.25
Dado que todas tienen igual módulo se anulan mutuamente y la fuerza neta sobre la espira es cero.	0.25

4. Una onda electromagnética se propaga por el agua y tiene la siguiente función de onda:

   $E(x,t) = 100 \cdot sen(1.2 \cdot 10^7 x - 2.72 \cdot 10^{15} t)$ V/m, donde x se expresa en metros y t en segundos.

   a. Determina su longitud de onda, su frecuencia y el sentido en que se propaga.
   b. Calcula la velocidad con que se propaga y el índice de refracción del agua.
   c. Calcula la diferencia de fase (en radianes) que habrá para un punto del medio, entre un instante dado y 1 femtosegundo después (1 fs=10^{-15} s). Calcula también qué desfase inicial tendríamos que darle a la onda para que un punto en x=30 nm tenga en t=0 un valor de E=50 V/m.

   Datos: $c=3 \cdot 10^8$ m/s

Apartado (a)	Puntos
Dado que la expresión general de una onda armónica es A sen $(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi)$, identificamos $k=1.2 \cdot 10^7$ m^{-1} y $\omega=2.72 \cdot 10^{15}$ s^{-1}. *(No es preciso sacar estos valores numéricos intermedios, solo valoramos que se sepa que k es lo que acompaña a x y ω lo que va con t)*	0.25
Como $k=2\pi/\lambda \rightarrow \lambda=5.23 \cdot 10^{-7}$ m	0.25
Como $\omega=2\pi\nu \rightarrow \nu=4.33 \cdot 10^{14}$ Hz	0.25
El sentido viene dado por el signo "-", que indica que se propaga en **sentido positivo** de las X.	0.25

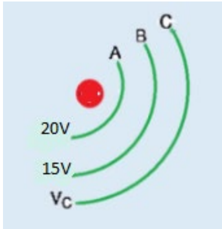
Apartado (b)	Puntos
La velocidad de propagación es $v=\omega/k=\lambda/T$	0.25
Sustituimos y resulta $v=2.266 \cdot 10^8$ m/s	0.25
El índice de refracción se define como $n=c/v$	0.25
Sustituyendo resulta $n=3/2.266=1.3241$	0.25

Apartado (c)	Puntos
La fase es el argumento de la función trigonométrica $\phi = kx - \omega t + \varphi$ En este caso se trata de un mismo punto del medio (misma x) de modo que $\boldsymbol{\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t}$ $\Delta\phi = 2.72 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-15} =$ **2.72 rad**	0.25 0.25
En el segundo caso $E(x,t) = 100 \cdot sen(1.2 \cdot 10^7 \cdot 30 \cdot 10^{-9} - 2.72 \cdot 10^{15} \cdot 0 + \varphi) = 50$ V/m Sen $(0.36+\varphi)=50/100=0.5 \rightarrow$ la fase son $30^o=\pi/6$ $\varphi=\pi/6-0.36=0.16$ rad. *En realidad, también 150º (5π/6) es una fase compatible con lo anterior… Lo damos por válido, pero **no** es necesario dar las dos posibilidades para tener el máximo de puntuación*	0.25 0.25

Sección 2: Cuestiones (elegir 3). Puntuación máxima 1 punto cada una.

5. Queremos mover una carga de 10 C de la línea equipotencial A hasta la C. Para ello se realiza un trabajo en contra del campo de 200J.

   a. Razone si la carga será positiva o negativa.
   b. Calcule el potencial eléctrico en C.



Cuestión 5	Puntos
Según el esquema, al pasar de A a C el potencial eléctrico disminuye. Si para ello tenemos que realizar trabajo *contra* el campo es que **la carga es negativa**, pues de ser positiva habría ido de manera natural, sin requerir un trabajo externo. *Puede llegarse a esta conclusión también razonando a partir de los signos como se detalla a continuación… Lo damos por válido.*	0.25
Como $W=-\Delta E_p$ y el trabajo es contra el campo W = - 200 J	0.25
La Energía potencial es $E_p=q\cdot V= -10 \cdot V$	0.25
-200=-(-10 ΔV) → ΔV=-20 V El potencial cae en 20 V por tanto la equipotencial de C corresponde a 0 V	0.25

Aquí el juego de signos puede ser lioso. No exigimos que cada expresión los lleve con rigor, puede operarse con módulos y como se ve que disminuye restar a los 20V iniciales el incremento para obtener el resultado (0 V).

6. El 20 de julio de 1969, la nave Apolo 11 consiguió alunizar. Calcula la *energía* mínima que tendrían que aportar los motores a la nave para poder escapar de la gravedad de la Luna, partiendo de su superficie. ¿Cuál será la velocidad de despegue? Deduce las expresiones necesarias.

Datos: G= 6.67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}; $m_{Luna} = 7.35 \times 10^{22}$ kg; $r_{Luna} = 1.74 \times 10^3$ km; $m_{nave}=45.7\cdot10^3$ kg.

Cuestión 6	Puntos
La energía parado en la superficie de la Luna es $E_p = -G\frac{Mm}{R} = -1.29 \cdot 10^{11}\,J$	0.25
Escapar de la Luna implica que tenga Energía total cero, así que los motores tendrían que aportar $+1.29\cdot10^{11}$ J en forma de energía cinética	0.25
La Energía cinética es $mv^2/2=E_c$, luego $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 2373.8\, m/s$	0.25 0.25

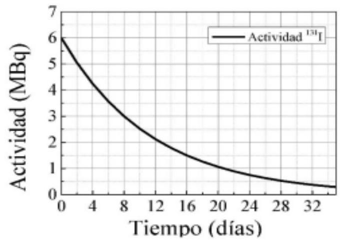
7. El yodo radiactivo ${}^{131}_{53}I$ es un isótopo usado en radioterapia para tratar algunos cánceres de tiroides mientras que el isótopo 19 del flúor ${}^{19}_{9}F$ tiene características que permiten su uso en técnicas de RMN (Resonancia magnética nuclear). Las masas respectivas de los dos núclidos son 130.9061 uma y 18.9984 uma. Indique, de forma razonada, cuál de los dos núcleos tiene mayor estabilidad.

Datos: m_p = 1.007276 uma; m_n = 1.008665 uma; 1uma = $1.66 \cdot 10^{-27}$ kg; c = $3 \cdot 10^8$ m/s

Cuestión 7	Puntos
La estabilidad de un núcleo viene dada por su energía de enlace por nucleón, que es la diferencia entre la energía equivalente a la masa del núcleo en reposo menos la masa de sus componentes separados (protones y neutrones) en reposo $E=[mc^2 - Z \cdot m_p c^2 - (A-Z)\, m_n c^2]/A$	0.25
${}^{131}_{53}I$ tiene Z=53, A=131, por tanto usando los datos $E_I= [130.9061- 53 \cdot 1.007276- (131-53) \cdot 1.008665]\, 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 /131 = -1.317 \cdot 10^{-12}$ J Usamos el factor para convertir las unidades de masa atómica en kg de manera que la Energía esté en Julios	0.25
Repetimos para el núcleo de Flúor ${}^{19}_{9}F$ tiene Z=9, A=19, por tanto usando los datos $E_F= [18.9984 - 9 \cdot 1.007276- (19-9) \cdot 1.008665]\, 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 /19 = -1.21 \cdot 10^{-12}$ J	0.25
La energía de enlace es mayor para el **Iodo** de manera que es el **más estable.**	0.25

La energía puede definirse invirtiendo el orden de los sumandos con lo que las energías serían positivas. Se considera igualmente correcto.

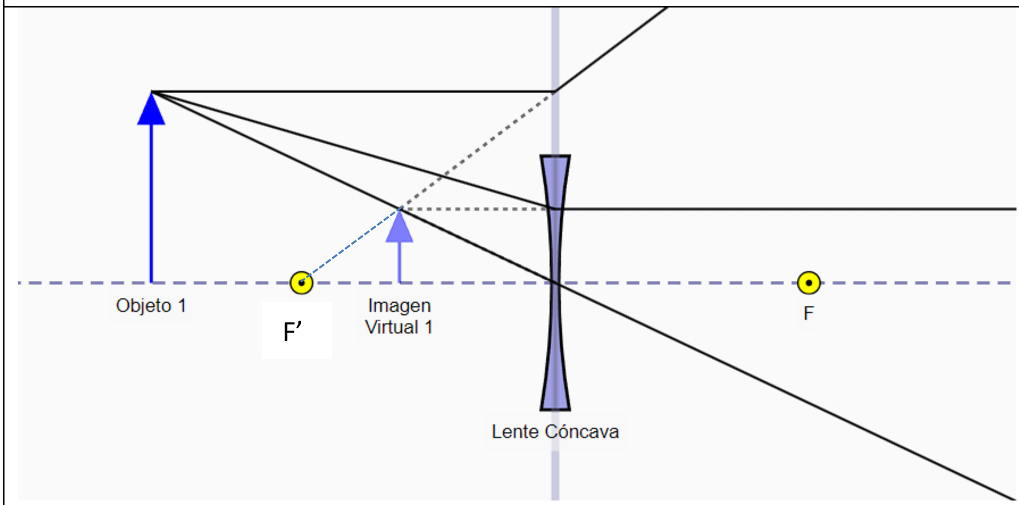
8. En la gráfica adjunta se presenta la evolución temporal de la actividad de una muestra de Yodo-131 (^{131}I). Hallar la constante de desintegración radiactiva y la actividad a los 50 días.



Cuestión 8	Puntos
La actividad radiactiva sigue la siguiente ley $A=A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ donde λ es la constante de desintegración	0.25
De la gráfica deducimos que A_0=6 MBq	0.25
Tomamos el periodo de semidesintegración en la gráfica (cuando A se reduce a la mitad, 3 MBq que ocurre a los 8 días) A(8)=3 → A(8)=3= $6 \cdot e^{-\lambda \cdot 8}$ de donde deducimos que λ=0.087 días^{-1} (constante de desintegración) *Nota: Es válido hacerlo a partir de cualquier otro punto de la gráfica, aunque los valores pueden cambiar un poco, por ejemplo t=12 días... A(12)=2= $6 \cdot e^{-\lambda \cdot 12}$ de donde deducimos que λ=0.0915 días^{-1}. Lo damos por válido.*	0.25

La actividad a los 50 días se obtiene sustituyendo en la expresión general $A(50)=6\ e^{-0.087\cdot 50}$=0.0774408 MBq=77440.8 desintegraciones por segundo *Usando el otro valor de λ puede dar un valor algo diferente... $A(50)=6\ e^{-0.0915\cdot 50}$=0.06168 MBq=61680 desintegraciones por segundo. Se da por válido.*	0.25

9. Se dispone de una lente de potencia negativa (P<0) ¿qué características presentará la imagen para un objeto situado sobre el eje, a la izquierda de la lente? Apoya la respuesta con un diagrama de rayos

Cuestión 9	Puntos
Potencia negativa significa que es una lente divergente	0.25
La imagen de una lente de este tipo, independientemente de si el objeto esta delante o detrás del foco, es una imagen **virtual, derecha** y de menor tamaño que el objeto.	0.25
	0.5

10. Un claxon se oye hasta una distancia de 2 km.
   a. Calcular la sensación sonora en dB a 200 m
   b. ¿Cuántos cláxones habría que juntar para que a 200 m la sensación sonora fuera de 90 dB?

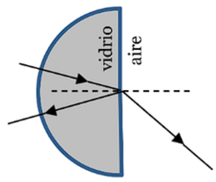
   Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

Cuestión 10	Puntos
Si se oye hasta 2 km quiere decir que a esa distancia su intensidad sonora es la umbral del oído humano que es precisamente el dato I_0 dado.	0.25
La sensación sonora es $\beta=10\log(I/I_0)$	0.25
La intensidad cae con el cuadrado de la distancia $I(200)/\ I(2000)=2000^2/200^2=100 \rightarrow I(200m)=100\ I(2km)=100\ I_0$ Por tanto $\beta(200m)=10\log(100)=20$ dB	0.25
Para tener 90 dB necesitamos $90 = 10\log\frac{N\cdot 100\cdot I_0}{I_0}$, luego $100\ N=10^9 \rightarrow N=10^7$ cláxones	0.25

Sección 3: Cuestiones experimentales (elegir una). Puntuación máxima 1 punto cada una.

11. Un alumno en el laboratorio elabora la siguiente tabla al estudiar un vidrio Flint (material utilizado en óptica). En el experimento, hace incidir un haz de luz en la parte curva de un hemicilindro, que entra sin desviarse y llega a la parte plana con un cierto ángulo de incidencia, emergiendo en el aire luego con un ángulo refractado. Calcula el índice de refracción del vidrio y razona si podrá darse el fenómeno de reflexión total cuando el rayo emerge.

Angulo incidente (θ_i)	Sen (θ_i)	Angulo Refractado (θ_r)	Sen (θ_r)
12º	0.21	20º	0.34
18º	0.31	30º	0.50
25º	0.42	42º	0.67
30º	0.50	52º	0.79



Cuestión 11	Puntos
La ley de Snell para la refracción establece que n_v sen(θ_i)= n_{aire} sen(θ_t), donde n_{aire}=1	0.25
En este caso de cualquiera de las filas proporcionadas obtenemos cercanos a n_v=1.60	0.25

Angulo incidente (θ_i)	Sen (θ_i)	Angulo Refractado (θ_r)	Sen (θ_r)	n_{vidrio}
12º	0.21	20º	0.34	1.619
18º	0.31	30º	0.50	1.612
25º	0.42	42º	0.67	1.595
30º	0.50	52º	0.79	1.580

Realizamos una media aritmética para quedarnos con el valor más probable **n=1.6015**	0.25
Para que la reflexión total pueda darse el rayo tiene que refractarse a un medio menos denso ópticamente (menor n). En este caso pasa del vidrio al aire así que **sí puede darse**. No es preciso calcular el ángulo crítico, pero si lo hacen resulta ser 38.7º	0.25

12. En una película de ficción un astronauta se halla en un planeta desconocido tras perder el rumbo en su nave. Para conocer dónde se halla, dispone de una tabla de la gravedad en distintos planetas, así que elabora tres péndulos de distintas longitudes y mide el tiempo que tardan en realizarse 10 oscilaciones con cada uno, sus resultados son los siguientes. ¿En qué planeta es posible que se encuentre?

Longitud (m)	Tiempo (s)
0.5	24
1.0	32
1.5	40

Gravedad superficial (m/s²)					
Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano
8.87	9.81	3.71	24.79	10.44	8.69

Cuestión 12	Puntos
El periodo de un péndulo esta relacionado con su longitud y la gravedad según $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ de manera que $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$	0.5
Calculamos la gravedad en cada experimento teniendo en cuenta que el tiempo dado es 10·T	0.25

Longitud (m)	Tiempo (s)	g (m/s²)
0.5	24	3.43
1.0	32	3.85
1.5	40	3.7

El valor promedio es 3.66 m/s² así que el astronauta está en Marte	0.25